Метод цепных дробей для систем дифференциальных уравнений

Величко И.Г., *доц.*
Таврический государственный агротехнологический университет,
г. Мелитополь

Предлагается обобщение метода цепных дробей, который ранее применялся для задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений [1], на случай систем. Рассматривается система в нормальном виде

$$y_i' - f_i(x, y_1, ..., y_n) = 0, \quad \overline{i = 1, n},$$

с начальными условиями

$$y_i = (0) = \bar{y}_i, i = \overline{1, n}.$$

Каждая из функций ищется в виде

$$y_i = \bar{y}_i + C_{1i} x^{\alpha_{1i}}.$$

После определения констант C_{1i} и α_{1i} из условий максимизации порядков малости левых частей уравнений, переходим к новым неизвестным функциям с помощью соотношений

$$y_i = \bar{y}_i + C_{1i} x^{\alpha_{1i}} (1 + y_{1i}(x))^{-1}, \tag{1}$$

причем считаем, что $y_{1i}(0) = 0, \overline{i = 1, n}$.

Получаем новую систему относительно функций $y_{1i}(x)$, к которой применимы те же рассуждения. Искомые функции $y_{1i}(x)$ выражаются через новые функции $y_{2i}(x)$ по формулам, аналогичным (1), и т.д. В результате получается набор функциональных цепных дробей для каждой из искомых функций.

В качестве примера приводится пример решения уравнения Бесселя нулевого порядка, предварительно записанного в виде системы.

1. А.Н. Хованский, *Приложение цепных дробей и их обобщение к вопросам приближенного анализа* (М: ГИИТЛ: 1956).